

I Esonero di CP110 a.a. 2014-15 ^a

Nome : _____

Matricola : _____

Esercizio 1. In un paese ci sono 4 tecnici che riparano TV. Se si guastano 4 televisori qual'è la probabilità che vengano chiamati esattamente 2 tecnici ? Cosa stiamo implicitamente assumendo ? [4 punti]

Esercizio 2.

- Quante persone bisogna riunire per avere che la probabilità che almeno uno di loro sia nato il 28 Febbraio ? [4 punti]
- E se invece del 28 Febbraio fosse stato il 29 Febbraio ? [3 punti]

Esercizio 3. Consideriamo n prove indipendenti in cui ogni prova ha 3 esiti 1, 2, 3 con probabilità p_1, p_2, p_3 rispettivamente. Sia N_i , $i = 1, 2, 3$, il numero delle prove con esito i . Calcolare:

- la media e varianza di N_i ; [3 punti]
- la covarianza tra N_1 e N_2 . Spiegare perché è intuitivo che questa covarianza debba essere negativa. [3 punti]

Esercizio 4.

- Dimostrare che per ogni variabile casuale X non costante e con secondo momento finito si ha che $\mathbb{E}(X^2) > \mathbb{E}(X)^2$. [2 punti]
- Data una variabile casuale X dimostrare che $\lim_{n \rightarrow +\infty} \mathbb{P}(X \leq x + 1/n) = \mathbb{P}(X \leq x)$. Concludere che la funzione di ripartizione $F(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$ è continua da destra. (Sugg: definire $E_n = \{X \leq x + 1/n\}$ e $E := \cap_{n=1}^{\infty} E_n$ e applicare le proprietà di continuità di \mathbb{P} .) [4 punti]

Esercizio 5.

- Il numero di refusi in una pagina di un libro ha media 2. Calcolare la probabilità di avere almeno un refuso nelle prime due pagine. [3 punti]
- Enunciare e dimostrare la disuguaglianza di Chebyshev. [3 punti]

Esercizio 6. A un gioco testa/croce si vince un euro se esce testa e si perde un euro se esce croce. Se decido di giocare concedendomi al massimo una perdita quanto sarà in media il mio guadagno (guadagno negativo = perdita) ? Quanto sarà la varianza ? [5 punti]

^aNota 1: discutere tutti i passaggi altrimenti non potranno essere assegnati i punti.