

I Appello di CP110 a.a. 2014-15 ^a

Nome : _____

Matricola : _____

Esercizio 1.

- (1) Calcolare la probabilità di ottenere due numeri pari lanciando tre dadi. [3 punti]
- (2) Due numeri sono scelti a caso e indipendentemente uno dall'altro tra $\{1, 2, \dots, 10\}$. Se la somma è pari calcolare la probabilità che uno di essi sia pari. [3 punti]

Esercizio 2. Sia T_n il numero delle teste in una sequenza di n lanci indipendenti di una moneta equa. Scegliere due successioni $a_n < b_n$ tali che $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P}(T_n \in [a_n, b_n]) = 1/2$. [7 punti]

Esercizio 3. Un treno serve un paese di 10000 abitanti. In modo indipendente ogni persona prende il treno con una certa probabilità p . Il treno accoglie in media 10 viaggiatori al giorno. Se X denota il numero di viaggiatori in un dato giorno, si calcoli approssimativamente ed esattamente la varianza di X . [4 punti]

Esercizio 4. Sia N una variabile geometrica di parametro p . Siano X_1, X_2 il numero delle teste ottenute lanciando N volte due monete eque.

- (1) Scrivere la distribuzione congiunta di X, Y . [3 punti]
- (2) Calcolare la covarianza tra X e Y . [4 punti]

Esercizio 5. Si consideri la funzione $f_\alpha(x) = \frac{1}{\alpha} e^{-\frac{(x^2 - 10x + 25)}{18}}$.

- (1) Calcolare il valore α^* del parametro α tale che f_α sia una densità di probabilità. Per $\alpha = \alpha^*$ calcolare media e varianza di f_{α^*} . [3 punti]
- (2) Calcolare la funzione generatrice di f_{α^*} . [3 punti]

Esercizio 6. Enunciare e dimostrare il teorema del limite centrale. [4 punti]

^aNota 1: discutere tutti i passaggi altrimenti non potranno essere assegnati i punti. Nota 2: non usare libri o appunti