

II Appello di CP110 a.a. 2015 ^a

Nome : _____

Matricola : _____

Esercizio 1. Lanciando a caso quattro palline in quattro urne diverse, calcolare la probabilità che esattamente due urne contengano due palline ciascuna. [3 punti]

Esercizio 2. In un'urna ci sono due monete, una testa/croce e l'altra testa/testa. Viene estratta una moneta a caso e lanciata. Sapendo che è uscita testa è più probabile che la moneta rimasta sia testa/testa o testa/croce ? [4 punti]

Esercizio 3. Sia X_n la differenza tra il numero delle teste T_n e delle croci C_n in n lanci di una moneta equa.

- (1) Calcolare media e varianza di X_n . [2 punti]
- (2) Se n è pari calcolare $\mathbb{P}(X_n = 0)$. [2 punti]
- (3) Calcolare la covarianza tra X_n e T_n . [2 punti]

Esercizio 4. Due variabili casuali X e Y continue hanno densità congiunta

$$f(x, y) = 8xy, \quad \text{per ogni } 0 \leq x \leq y \leq 1.$$

- (1) Le variabili sono indipendenti ? [2 punti]
- (2) Calcolare le densità marginali di X, Y ; [3 punti]
- (3) Calcolare la media di X . [2 punti]

Esercizio 5. Sia $X \sim U(4, 9)$ e sia $Y = \sqrt{X}$.

- (1) calcolare la densità di probabilità di Y ; [3 punti]
- (2) calcolare la media di Y . [3 punti]

Esercizio 6.

- (1) Illustrare e dimostrare la legge dei grandi numeri; [4 punti]
- (2) Usando la legge dei grandi numeri come posso calcolare approssimativamente $\int_0^2 dx \sin(x)$? [3 punti]

^aNota 1: discutere tutti i passaggi altrimenti non potranno essere assegnati i punti. Nota 2: non usare libri o appunti